



*Aufgabenhefte für Grundschule, Realschule, und
Gymnasium*

Mathematik Training

Basiswissen der Zahlentheorie

5 Klasse

Dipl. Ing (FH) Ahmed Lamrani

Musterlösungen

Autor**Moulay Ahmed Lamrani El Gasri**

Herriedener Str. 66

90449 Nürnberg

Email: info@abiturking.comWeb: <https://abiturking.com/>

1 Auflage - 2023

Quellenverzeichnis

Cover:

Graphics & Icons: Designed by Freepik© and distributed by Flaticon©

Copyright © 2023 Moulay Ahmed Lamrani El Gasri

Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede vollständige oder teilweise Vervielfältigung, Verbreitung oder Veröffentlichung bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Schriftstellers. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung gescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstige Bildungseinrichtungen.

Inhalt

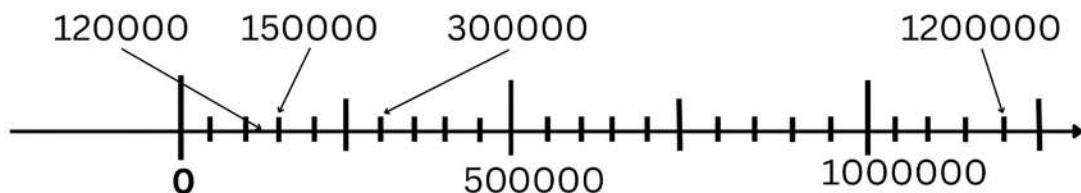
Die Menge der natürlichen Zahlen.....	5
Lösungen	5
Die Menge der ganzen Zahlen.....	8
Lösungen	8
Verständnis.....	13
Addition und Subtraktion ganzer Zahlen.....	14
Addition mit natürlichen Zahlen	14
Lösungen	14
Verständnis.....	16
Subtraktion mit natürlichen Zahlen	17
Lösungen	17
Verständnis.....	19
Mathematische Begriffe und Rechengesetze	20
Addition und Subtraktion mit ganzen Zahlen	21
Lösungen	21
Verständnis.....	25
Termen und Rechnen mit Klammern	26
Lösungen	26
Dezimal- und Koordinatensystem	30
Lösungen	30
Verständnis.....	33
Primzahlen und Teilbarkeit	34
Lösungen	34
Multiplikation mit ganzen Zahlen.....	36
Lösungen	36
Dividieren mit ganzen Zahlen.....	40
Lösungen	40
Umkehrrechnung bei Multiplikation und Division	45
Lösungen	45

Gleichungen mit ganzen Zahlen	46
Aufgaben	46
Aufgaben	50

Die Menge der natürlichen Zahlen

Lösungen

- 1 Für diese Aufgabe gibt es nicht nur eine Lösung, hier ist eine Musterlösung mit dem Abstand 50000 zwischen zwei Striche.

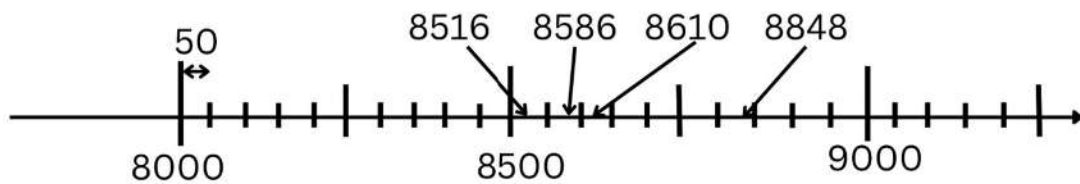


- 2 Nachfolger und Vorgänger:

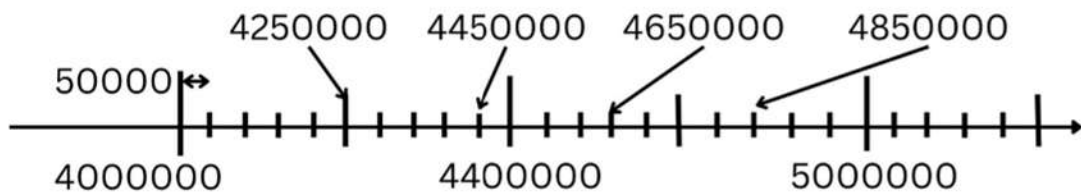
Vorgänger (-1)	Zahl	Nachfolger (+1)
157848	157849	157850
8945620	8945621	8945622
12547891	12547892	12547893
789144	789145	789146

- 3 Die kleinste Zahl mit 6 natürlichen Ziffern ist: 100000.
Die größte ist 999999.
- 4 Diese Zahl ist 500000. Das Doppelte davon ist 1000000.
- 5 Hier müssen wir die Ziffern von Groß zu klein ordnen, dann haben wir die richtige Zahl: 987543
- 6 Hier müssen wir die Ziffern von klein zu groß ordnen. Die Zahl ist dann: 345789
- 7 Wir wissen, dass $1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}$. Also $2830 \text{ Km} = 2830000 \text{ m}$

8 Wir haben hier der Zahlengradeabschnitt von 8000 bis 9000



9 Der Abstand zwischen zwei Striche ist 50000:



10 Die gerade Zahlen sind: 984566, 5463210, 120322514694

Die ungeraden: 1056489, 6431587, 8456243

Alle geraden Zahlen haben einen Rest von 0 bei Division durch 2.

Die ungeraden haben immer einen Rest von 1.

11

Zahl	Doppelte
3410	6820
1243	2483
5648	11296
2634	5268

12

Zahl	Hälfte
88426	44213
84620	42310
164860	82430
1626840	813420

- 13 Um die Zahlen richtig schreiben zu können, werden wir sie zuerst in Gruppen von drei Ziffern (Tausender) teilen, das Schreiben ist danach sehr einfach.

762.456: siebenhundertzweiundsechzigtausendvierhundertsechsfünfzig

15.487.932: fünfzehn Millionen

vierhundertsevenundachtzigtausendneunhundertzweiunddreißig

10.624.897: zehn Millionen

sechshundertvierundzwanzigtausendachthundertsiebenundneunzig

264.987.123: zweihundertvierundsechzig Millionen

neunhundertsevenundachtzigtausendeinhundertdreiundzwanzig

- 14 Schreibe die nächsten Zahlen in Worten

15.023.175.244: fünfzehn Milliarden dreiundzwanzig Millionen

ein hundred fünfundsiebzigtausendzweihundertvierundvierzig

78.156.220.653.122: achtundsiebzig Billionen ein hundred sechsundfünfzig

Milliarden zweihundertzwanzig Millionen

sechshundertdreiundfünfzigtausendeinhundertzweiundzwanzig

- 15 Richtig oder Falsch:

- Die Menge \mathbb{N} hat eine untere und obere Grenze:

Falsch: weil \mathbb{N} keine obere Grenze hat.

- Jede Zahl in \mathbb{N} hat einen Nachfolger und Vorgänger:

Falsch: 1 hat keinen Vorgänger in \mathbb{N}

- \mathbb{N} ist ein Teil von \mathbb{N}_0 :

Richtig: $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} + \{0\}$

- 0 gehört zu \mathbb{N}_0

Richtig

- $0 \in \mathbb{N}$

Falsch

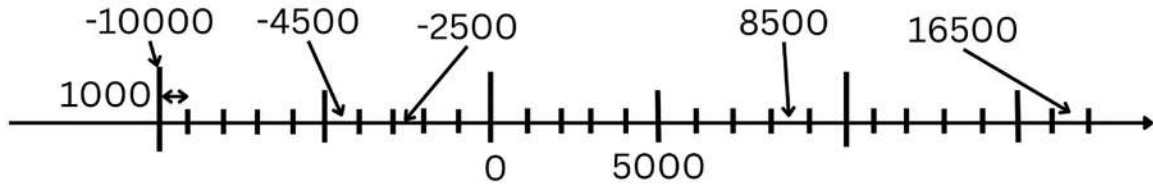
- $0 \notin \mathbb{N}_0$

Falsch

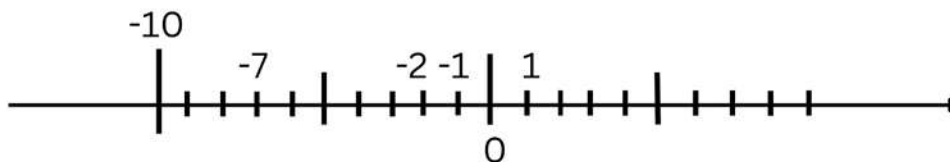
Die Menge der ganzen Zahlen

Lösungen

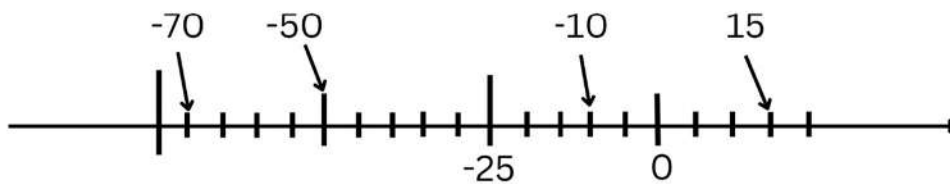
16



17



18



19 Alle natürliche Zahlen sind größer oder gleich 1, daher haben wir hier nur:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

20 Es gibt keine natürlichen Zahlen zwischen -7 und 0

21 Zwischen 9 und -2 haben wir: -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 als ganze Zahlen

22 Die natürlichen Zahlen mit dem Betrag kleiner als 8 sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

23 Die ganzen Zahlen mit dem Betrag kleiner oder gleich 5 sind:
-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

24 Zwischen -6 und 3 haben wir die nächsten ganzen Zahlen:
 $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
Wir sehen, dass die Zahlen bei den Paaren $(-3,3)$, $(-2, 2)$ und $(-1,1)$ den gleichen Betrag haben.

25 Der Betrag einer ganzen Zahl kann niemals negativ sein?

26 $-26, -5, 0, 3, 7$

27 $-12, -10, -8, 6, 3$ oder $3, 6, -8, -10, -12$

28 - Ganze Zahlen sind immer negative Zahlen

Falsch: es gibt auch positive ganze Zahlen.

- Gegenzahl einer ganzen Zahl ist immer eine negative Zahl

Falsch: Gegenzahl einer negativen Zahl ist positiv.

- Der Betrag einer ganzen Zahl ist immer positiv (> 0)

Falsch: Der Betrag von 0 ist 0.

- Das Spiegelbild von 0 ist eine negative Zahl

Falsch: Das Spiegelbild von 0 ist 0.

29 Runde auf die Zehner Stelle

Zahl	Zehnerstelle	gerundet
15482	8	15480
845	4	850
98617	1	98620
237410	1	237410
65409	0	65410

30 Runde auf die Hunderter Stelle

Zahl	Hunderterstelle	gerundet
15482	4	15500
845	8	800
98617	6	98700
237410	4	237400
65409	4	65400

31 Runde auf die Tausender Stelle

Zahl	Tausenderstelle	gerundet
7614324	4	7614000
1043972	3	1044000
849217365	7	849217000
509427	9	509000

32 Runde auf die Millionen Stelle

Zahl	Millionenstelle	gerundet
7614324	7	8000000
1043972	1	1000000
849217365	9	849000000
3510	0	0

33 Die Tausender Stelle ist 6. D.h. bei der richtigen Antwort muss die Tausender Stelle entweder 5 oder 6 sein:

- 55700, 55980, 55500, 55501: wenn 5 in der Tausenderstelle ist, dann müssen die Ziffern dahinter ≥ 500 .
- 56000, 56001, 56300, 56499: Bei 6 in der Tausenderstelle müssen die Ziffern dahinter < 500 .

34 Alle Zahlen zwischen 95 und 104

35 Alle Zahlen zwischen 5 und 14

36 Wir wissen, dass $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$, $1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$ und $1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}$
Bei cm runden wir auf Hunderterstelle, bei mm auf Tausenderstelle, bei Km machen wir nur die Umrechnung.

Zahl	Gerundet auf m
155 cm	2 m
203 mm	0 m
134 Km	134000 m
164370 mm	164 m
1642317 cm	16423 m

37 $1 \text{ Kg} = 1000 \text{ g}$

Zahl	Gerundet auf Kg
549123 g	549 Kg
5164 Kg	5164 Kg
984621 g	985 Kg
234978 g	235 Kg

38 $100 \text{ ct} = 1\text{€}$

Zahl	Gerundet auf €
70€ 12ct	70 €
189€ 77ct	190 €
154987 ct	1550 €
459 ct	5 €

39 60 s = 1min.

Die Schwelle ist immer die Hälfte, bei 10 haben ist es die 5 beim Runden. Hier bei den Minuten ist es dann 30s. Wenn die Zahl größer oder gleich 30s dann aufrunden, wenn kleiner dann abrunden.

Zahl	Gerundet auf min
2min 32s	3min
5min 59s	6min
50min 30s	51min
1h 17min 53s	1h 18min

40 Der Betrag einer Zahl wird so geschrieben $|x|$.

$$|156| = 156$$

$$|-984| = 984$$

$$|-51| = 51$$

$$|101| = 101$$

$$|0| = 0$$

$$|-1| = 1$$

41

Zahl	153	-1584	9478	-62709	-1974	30465	1549	-8612
Betrag	153	1584	9478	62709	1974	30465	1549	8612
Gegenzahl	-153	1584	-9478	62709	1974	-30465	-1504	8612
Gerundet	150	1580	9480	62710	1970	30470	1500	8610

42 - Eine ganze Zahl ist größer als ihre Gegenzahl, wenn diese Zahl positiv ist:

$$5 > -5.$$

- Eine ganze Zahl ist kleiner als ihre Gegenzahl, wenn diese Zahl negativ ist:

$$-6 < 6.$$

43 Das stimmt nicht immer, $|-100| = 100$ ist größer als $|10| = 10$,

ABER: $-100 < 10$.

Verständnis

- 44 Positive Zahlen sind alle Zahlen größer als 0. Sie sind wichtig, weil sie fürs Zählen und Rechnen notwendig sind: z. B. Anzahl der Bewohner einer Stadt, Größe eines Kindes, aktuelle Temperatur, oder Geld auf einem Konto.
- 45 Negative Zahlen sind alle Zahlen kleiner als 0. Sie sind genauso wichtig wie die positiven Zahlen. Damit bezeichnen wir Situationen vom täglichen Leben: Kredit und Schulden, Tiefere Stockwerke und Etagen oder auch sehr kalte Temperaturen.
- 46 Runden von Zahlen ist besonders wichtig, wenn wir nicht an Einzelheiten interessiert sind, oder wenn wir große Datenmengen nicht verarbeiten können. Durch das Runden von Zahlen gruppieren wir unsere Daten in kleinere Gruppen, die uns dann interessieren. Zum Beispiel wir haben die das Alter der Bewohner eines Landes und wir interessieren uns nur an bestimmte Gruppen: von 0 bis 10 Jahre, 10 bis 20, ...
- 47 Der Betrag ist definiert als der Abstand/Distanz zwischen einer Zahl und 0. Der Abstand kann nie negativ sein.

Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

Addition mit natürlichen Zahlen

Lösungen

- 48 $9875 + 1620 = 11495$
 $51247 + 752 = 51999$
 $1423 + 18 + 2378 = 3819$
 $03124 + 0517 + 04769 = 8410$

Beispiel :

$$\begin{array}{r} 03124 \\ + 0517 \\ + 04769 \\ \hline 112 \\ \hline 08410 \end{array}$$

Übertrag

- 49 $2648 + 742 + 39482 = 42872$
 $2056 + 0 + 1547 = 3603$
 $54698 + 54698 + 54698 = 164094$
- 50 3 · 514 = 514 + 514 + 514 = 1542
4 · 1547 = 1547 + 1547 + 1547 + 1547 = 6188
2 · 98743 = 98743 + 98743 = 197486
3 · 1654789 = 1654789 + 1654789 + 1654789 = 4964367

- 51 Berechne die Umkehrrechnungen
 $61547389 + 138476951 = 200024340$
→ $200024340 - 138476951 = 61547389$
→ $200024340 - 61547389 = 138476951$

$$320549137 + 95175347 = 415724484$$

→ $415724484 - 95175347 = 320549137$
→ $415724484 - 320549137 = 95175347$

$$6248934 + 321854 = 6570788$$

$$\rightarrow 6570788 - 321854 = 6248934$$

$$\rightarrow 6570788 - 6248934 = 321854$$

52 $15\text{kg} + 8420\text{g} = 15000\text{g} + 8420\text{g} = 23420\text{g}$

$$\begin{aligned} &641\text{kg} + 23\text{kg} 610\text{g} + 111\text{kg} 799\text{g} \\ &= 641000\text{g} + 23000\text{g} + 610\text{g} + 111000\text{g} + 799\text{g} \\ &= 776409\text{g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &310\text{g} + 194\text{kg} + 60\text{kg} 798\text{g} \\ &= 310\text{g} + 194000\text{g} + 60000\text{g} + 798\text{g} \\ &= 255108\text{g} \end{aligned}$$

53 Berechne die nächsten Summen in Km

$$\begin{aligned} &11\text{km} 640\text{m} + 94023\text{m} + 1\text{km} 999\text{m} + 56403\text{m} \\ &= 11\text{km} + 640\text{m} + 94\text{km} + 23\text{m} + 1\text{km} + 999\text{m} + 56\text{km} + 403\text{m} \\ &= 11\text{km} + 56\text{km} + 94\text{km} + 1\text{km} + 640\text{m} + 23\text{m} + 999\text{m} + 403\text{m} \\ &= 162\text{km} + 2065\text{m} = 162\text{km} + 2\text{km} + 65\text{m} = 164\text{km} + 65\text{m} \\ &= 164\text{km} 65\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &23567\text{m} + 985423\text{m} + 154\text{km} + 66\text{km} \\ &= 23\text{km} + 567\text{m} + 985\text{km} + 423\text{m} + 154\text{km} + 66\text{km} \\ &= 1228\text{km} + 990\text{m} \\ &= 1228\text{km} 990\text{m} \end{aligned}$$

54 $1\text{m} = 100\text{cm}$

$$150\text{m} + 6513\text{cm} = 21513\text{cm}$$

$$6512\text{cm} + 20\text{m} + 657914\text{cm} + 6547\text{m} = 1321126\text{cm}$$

$$694\text{m} + 54782\text{m} + 951753\text{m} = 1007229\text{m} = 100722900\text{cm}$$

55 $[(658 + 270) \cdot 2] + 9780 + 115200 = 126836$

einhundertsechszwanzigtausendachthundertsechsdreißig

56 Wir verwenden die Umkehrrechnung, um X zu finden:

$$512 + X = 1600$$

$$\rightarrow 1600 - 512 = X$$

$$\rightarrow X = 1088$$

$$9875 + X = 5700$$

Wir suchen nach einer natürlichen Zahl X. Da natürliche Zahlen positive Zahlen sind und $9875 > 5700$, kann es hier keine Lösung geben.

$$X + 26478 = 30000$$

$$\rightarrow 30000 - 26478 = X$$

$$\rightarrow X = 3522$$

$$X + 15 = 150000$$

$$\rightarrow 150000 - 15 = X$$

$$\rightarrow X = 149985$$

Verständnis

57 Die Addition von positiven Zahlen ist kommutativ, daher können wir die Summanden austauschen, ohne die Summe zu ändern. Wir bekommen dann zwei Umkehrrechnungen.

58 Das Kommutativgesetz.

59 Die Multiplikation ist eine kürzere Schreibweise der Addition.

Subtraktion mit natürlichen Zahlen

Lösungen

60 Berechne die nächsten Aufgaben

$$5167 - 654 = 4513$$

$$913645 - 1547 = 912098$$

$$85231 - 64100 = 21131$$

$$951753 - 159387 = 792366$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 951753 \\ - 1111 \\ \hline - 159387 \\ \hline 792366 \end{array}$$

Übertrag

61 $89 - 17 = 89 - 10 - 7 = 79 - 7 = 72$

$$63 - 29 = 63 - 20 - 9 = 34$$

$$745 - 165 = 745 - 100 - 60 - 5 = 580$$

$$46 - 19 = 46 - 10 - 9 = 27$$

62 $1789 - 561 - 318 = 910$

$$3217 - 75 - 69 = 3073$$

$$9456 - 547 - 2169 = 6740$$

$$312 - 127 - 185 = 0$$

63 $1597 + 1200 - 689 = 2108$

$$1567 - 547 + 300 = 1320$$

$$782154 - 6217 + 47899 = 823836$$

$$258874 + 95478 - 32789 = 321563$$

64 Wie bei den meisten Gleichungen wenden wir hier die Umkehrrechnung an:

$$X - 115 = 758$$

$$\rightarrow 758 + 115 = X$$

$$\rightarrow X = 873$$

$$9786 - X = 6730$$

$$\rightarrow 6730 + X = 9786$$

$$\rightarrow 9786 - 6730 = X$$

$$\rightarrow X = 3056$$

$$1247 - X + 356 = 1000$$

$$\rightarrow 1247 + 356 - X = 1000$$

$$\rightarrow 1603 - X = 1000$$

$$\rightarrow 1000 + X = 1603$$

$$\rightarrow 1603 - 1000 = X$$

$$\rightarrow X = 603$$

$$6789 - X = 156 + 3800$$

$$\rightarrow 6789 - X = 3956$$

$$\rightarrow 3956 + X = 6789$$

$$\rightarrow 6789 - 3956 = X$$

$$\rightarrow X = 2833$$

65 $X - 0 = 0 \rightarrow 0 + 0 = X \rightarrow X = 0$

$165 - X = 275 \rightarrow$ Das geht nicht in den natürlichen (positiven) Zahlen.
275 ist größer als 165. Wenn wir eine Zahl von 165 abziehen, dann bekommen wir eine kleinere Zahl und nicht eine größere.

$$X - 345 = 512$$

$$\rightarrow 512 + 345 = X$$

$$\rightarrow 857 = X$$

$$120 - X = 40 + X$$

$$\rightarrow 40 + X + X = 120$$

$$\rightarrow 40 + 2 \cdot X = 120$$

$$\rightarrow 120 - 40 = 2 \cdot X$$

$$\rightarrow 80 = 2 \cdot X$$

$$\rightarrow X = 40$$

Verständnis

- 66 Die Subtraktion ist nicht kommutativ in \mathbb{N} , weil wenn wir Subtrahend und Minuend austauschen, bekommen gar kein Ergebnis in \mathbb{N} :
 $6 - 4 = 2$ aber $4 - 6$ geht nicht in \mathbb{N} .

Mathematische Begriffe und Rechengesetze

Lösungen

67 Wende das Assoziativgesetz an und rechne

$$\begin{aligned} & 156 + 987 + 324 + 10 + 15 \\ &= (156 + 987) + (324 + 10) + 15 \\ &= (1143 + 334) + 15 \\ &= 1177 + 15 \\ &= 1192 \end{aligned}$$

$$12 + 19 + 2 + 8 + 9 = 31 + 10 + 9 = 41 + 9 = 50$$

$$13 + 10 + 10 + 17 = 13 + 20 + 17 = 33 + 17 = 50$$

$$15 + 19 + 5 + 8 = 34 + 13 = 47$$

68 $12 + 5 + 8 + 15 = 12 + 8 + 5 + 15 = 20 + 20 = 40$

$$\begin{aligned} & 20 + 5 + 10 + 15 + 8 + 12 \\ &= 20 + 10 + 5 + 15 + 8 + 12 = 30 + 20 + 20 = 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 19 + 13 + 1 + 17 + 25 + 5 \\ &= 19 + 1 + 13 + 17 + 25 + 5 = 20 + 30 + 30 = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 25 - 34 - 5 - 11 + 20 \\ &= 25 - 5 + 20 - 34 - 11 = 40 - 34 - 11 = 40 - 45 = -5 \end{aligned}$$

69 $-18 + 16 - 2 + 4 = -18 - 2 + 16 + 4 = -20 + 20 = 0$

$$21 - 13 + 9 - 2 + 5 = 21 + 9 - 13 - 2 + 5 = 30 - 15 + 5 = 20$$

$$-16 - 5 - 4 - 15 = -16 - 4 - 5 - 15 = -20 - 20 = -40$$

$$17 - 6 + 3 - 7 - 7 = 17 + 3 - 7 - 7 - 6 = 20 - 20 = 0$$

Addition und Subtraktion mit ganzen Zahlen

Lösungen

70 $1679 - 9785 = -8106$
 $32178 - 6147 = 26031$
 $-5600 + 1305 = 4295$
 $4009 - 7800 = \mathbf{-3791}$

Beispiel: $4009 - 7800$

Wir rechnen zuerst die Differenz der Beträge: $7800 - 4009 = 3791$

Die Zahl mit dem größten Betrag ist negativ (-7800), daher bekommt die Differenz jetzt das Minus Zeichen: **-3791**

71 $78512 + 7009 - 21468 = 64053$
 $9800 - 1500 + 200 - 500 = 8000$
 $-13000 - 2100 + 3000 - 900 = -13000$
 $-6789 - 560 + 89 - 40 = -7300$

72 $1600 - 5800 = -4200$
→ $-4200 + 5800 = 1600$

$7902 + 1102 = 9004$
→ $9004 - 1102 = 7902$
→ $9004 - 7902 = 1102$

$-37465 - 6248 = -43713$
→ $-43713 + 6248 = -37465$

$-901 - 2348 = -3249$
→ $-3249 + 2348 = -901$

$$\begin{array}{ll}
73 & 91 - 15 = 76 & \text{und} & 15 - 91 = -76 \\
& 1587 + 9876 = 11463 & \text{und} & 9876 + 1587 = 11463 \\
& 914876 - 45678 = 869198 & \text{und} & 45678 - 914876 = -869198 \\
& 85462 - 1274965 = -1189503 & \text{und} & 1274965 - 85462 = 1189503
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
74 \quad \text{Wir wissen, dass } 100\text{ct} = 1\text{€} \\
125\text{€ } 76\text{ct} + 25\text{€ } 16\text{ct} = (125 + 25)\text{€} + (76 + 16)\text{ct} \\
= 150\text{€} +
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
35\text{€ } 12\text{ct} - 16\text{€ } 25\text{ct} = (35 - 16)\text{€} + (12 - 25)\text{ct} \\
= 19\text{€} + (-13)\text{ct} = 18\text{€ } 87\text{ct}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
15\text{€ } 75\text{ct} - 25\text{€ } 15\text{ct} = (15 - 25)\text{€} + (75 - 15)\text{ct} \\
= -10\text{€} + 25\text{ct} = -(9\text{€ } 75\text{ct})
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
112\text{€} - 205\text{€ } 35\text{ct} = (112 - 205)\text{€} - 35\text{ct} \\
= -(93\text{€ } 35\text{ct})
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
75 \quad 1000\text{g} = 1 \text{ kg} \\
40\text{kg } 500\text{g} + 13\text{kg } 750\text{g} = (40 + 13)\text{kg} + (500 + 750)\text{g} \\
= 53\text{kg} + 1250\text{g} = 54\text{kg } 250\text{g}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
45\text{kg } 750\text{g} - 15\text{kg } 300\text{g} = (45 - 15)\text{kg} + (750 - 300)\text{g} \\
= 30\text{kg} + 450\text{g} \\
= 30\text{kg } 450\text{g}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
100\text{kg } 890\text{g} - 36\text{kg } 100\text{g} = (100 - 36)\text{kg} + (890 - 100)\text{g} \\
= 64\text{kg} + 790\text{g} \\
= 64 \text{ kg } 790\text{g}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
50\text{kg } 250\text{g} - 115\text{kg } 700\text{g} = (50 - 115)\text{kg} + (250 - 700)\text{g} \\
= (-65)\text{kg} - 450\text{g} \\
= -(65\text{kg } 450\text{g}) \\
= \text{wow, ich habe weniger als } 0\text{kg} \text{ als Gewicht!}
\end{array}$$

76 $1\text{min} = 60\text{s}$

$$\begin{aligned} 2\text{h } 30\text{min } 15\text{s} + 1\text{h } 45\text{min } 50\text{s} &= (2 + 1)\text{h} + (30 + 45)\text{min} + (15 + 50)\text{s} \\ &= 3\text{h} + 75\text{min} + 65\text{s} \\ &= 4\text{h} + 15\text{min} + 65\text{s} \\ &= 4\text{h} + 16\text{min} + 5\text{s} \\ &= 4\text{h } 16\text{min } 5\text{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\text{h } 45\text{min } 15\text{s} - 1\text{h } 55\text{min } 35\text{s} &= (5 - 1)\text{h} + (45 - 55)\text{min} + (15 - 35)\text{s} \\ &= 4\text{h} + (-10)\text{min} + (-25)\text{s} \\ &= 3\text{h} + (60 - 10)\text{min} + (-25)\text{s} \\ &= 3\text{h} + 50\text{min} + (-25)\text{s} \\ &= 3\text{h} + 49\text{min} + (60 - 25)\text{s} \\ &= 3\text{h } 49\text{min } 35\text{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7\text{h } 30\text{min } 10\text{s} - 8\text{h } 45\text{min } 55\text{s} &= (7 - 8)\text{h} + (30 - 45)\text{min} + (10 - 55)\text{s} \\ &= (-1)\text{h} + (-15)\text{min} + (-45)\text{s} \\ &= (-1)\text{h } (-15)\text{min } (-45)\text{s} \\ &= -(1\text{h } 15\text{min } 45\text{s}) \end{aligned}$$

77 $84975 - 15647 - 698749 - 81745 = -711166$
 $324568 - 9874561 - 1563487 = -11113480$
 $8549 - 254679 - 159735 = -405865$
 $234598 - 987456925 = -987222327$

78 Das Flugzeug steigt zuerst von 0m auf 4500m hoch, dann wieder mit 3500m hoch. Jetzt sinkt das Flugzeug um 2800m nach unten, dann wieder um 1700m nach oben. Am Ende sinkt das Flugzeug wieder um X nach unten und ist es auf 3000m Höhe.

Das ist eine Gleichung mit dem unbekanntem X:

$$0 + 4500 + 3500 - 2800 + 1700 - X = 3000$$

$$\rightarrow 8000 - 2800 + 1700 - X = 3000$$

$$\rightarrow 6900 - X = 3000$$

Jetzt die Umkehrrechnung: $3000 + X = 6900$

Wieder die Umkehrrechnung: $X = 6900 - 3000$

X = 3900m

- 79 Bernd fährt zuerst 112km, dann 650km, dann 450km.
 Beim Rückweg fährt er zuerst 270km, dann die Panne.
 Das ist wieder eine Gleichung mit dem unbekanntem X:
 $112 + 650 + 450 = 270 + X$
 $1212 = 270 + X$
 Umkehrrechnung: $1212 - 270 = X$
X = 942 km

- 80 Die Tonne kann bis 100 Liter aufnehmen, und die Oma verwendet täglich 25 Liter zum Gießen.
- Montags: Die Tonne war halb gefüllt: 50 L, Oma hat 25 L verwendet
 Nach dem Gießen hatte die Tonne: $(50 - 25) \text{ L} = \mathbf{25 \text{ L}}$
- Dienstags: Wegen dem Regen hatte die Tonne: $(25 + 35) = \mathbf{55 \text{ L}}$.
 Trotz dem Regen hat die Oma ihren Garten mit 25 L gegossen.
 Am Ende des Tages hat die dann Tonne noch:
 $(55 - 25) \text{ L} = \mathbf{30 \text{ L}}$
- Mittwochs: Am Ende des Tages hat die dann Tonne noch:
 $(30 - 25) \text{ L} = \mathbf{5 \text{ L}}$
- Donnerstags: Die Tonne hat jetzt nur noch **5 Liter** Wasser, hoffentlich regnet es heute wieder, sonst kann die Oma nicht alles gießen!

- 81 Punkt vor Strich:
- $$1254 + 15 : 3 - 51264 + 5 \cdot 7 = 1254 + 5 - 51264 + 30$$
- $$= -49975$$
-
- $$100 \cdot 2 \cdot 10 + 517924 - 3000 \cdot 5 = 2000 + 517924 - 15000$$
- $$= 504924$$
-
- $$4500 : 10 + 6480 : 10 - 15000 = 450 + 648 - 15000$$
- $$= -13902$$
-
- $$26000 \cdot 10 - 30000 \cdot 10 = 260000 - 300000$$
- $$= -40000$$

Verständnis

- 82 Das Vorzeichen der Summe einer positiven und negativen Zahl ist gleich das **Vorzeichen** der Zahl mit dem **größeren Betrag**.
- 83 Beide Summen sind gleich, weil: $(A - (-B)) = A + B$
- 84 Wenn A und B **negative** Zahlen sind, dann ist die **Summe** $(A+B)$ auf jeden Fall eine **negative** Zahl.
Und weil A und B **negative** Zahlen sind, sind $(-A)$ und $(-B)$ **positive** Zahlen, und ihre Summe $(-A) + (-B) = (-A - B)$ auch eine **positive** Zahl.
Daher ist $(-A - B)$ größer als $(A + B)$.
- 85 Wenn A eine **negative** Zahl ist, dann ist $2 \cdot A$ größer als A.
 $(2 \cdot A)$ liegt **links** von A auf der Zahlengerade. Beispiel: (-3) und $2 \cdot (-3) = (-6)$

Termen und Rechnen mit Klammern

Lösungen

- 86 $152 + 56 - 3$ → ist **ein** Term
 $[120 + (15 - 3) \cdot (12 + (3 \cdot 9))]$ → ist ein Term
 $(20 = 1200 : 60)$ → ist **kein** Term wegen dem Gleichheitszeichen: ‚=‘
 $500 > 1200 : 3$ → ist **kein** Term wegen dem Vergleichszeichen: ‚>‘
 $6 + X = 10$ → ist **kein** Term wegen dem Gleichheitszeichen: ‚=‘
 $X - 15$ → ist **ein** Term

87 $(260 \cdot 2) + (15 + (4600 - 2300)) = 520 + (15 + 2300)$
 $= 520 + 2315$
 $= 2835$

Wir haben nur Additionen, dann können wir einfach alle Klammern Entfernen:

$$\begin{aligned} & [1500 + ((4000 + 6000) + ((20000) + (15000 - 20000)))] \\ & = 1500 + 4000 + 6000 + 20000 + 15000 - 2000 \\ & = 1500 + 10000 + 15000 \\ & = 26500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 315 - 15 \cdot 2 \cdot 3 - 6 \cdot 2 + 110 - 400 \cdot 10 \\ & = 315 - 90 - 12 + 110 - 4000 \\ & = -3677 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -707 + (615 + (120 - 4560)) \\ & = -707 + 615 + 120 - 4560 \\ & = -4532 \end{aligned}$$

- 88 Beim Entfernen von den Klammern nach einem Minus Zeichen, werden die Vorzeichen invertiert:

$$\begin{aligned} & 1500 - (150 + 260) = 1500 - 150 - 260 = 1090 \\ & 1500 - (-150 + 260) = 1500 + 150 - 260 = 1390 \\ & 6230 + (-260 - 560) = 6230 - 260 - 560 = 5410 \end{aligned}$$

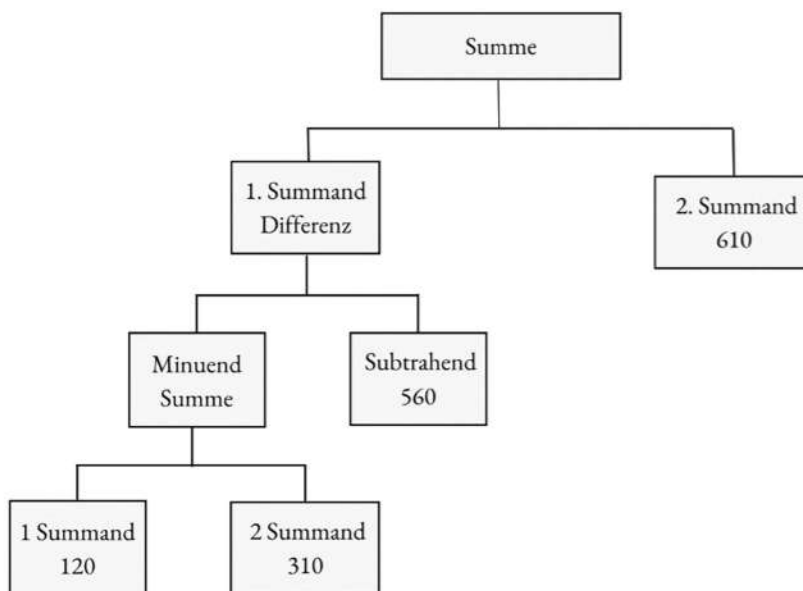
$$\begin{aligned}
& (670 + 360 - (560 + 910)) - (-1200 + 600) \\
& = 670 + 360 - 560 - 910 + 1200 - 600 \\
& = 160
\end{aligned}$$

- 89 Beim Setzen von den Klammern haben wir zwei Möglichkeiten: entweder machen wir eine Addition und die Zahlen innerhalb der Klammern behalten ihre Vorzeichen oder eine Subtraktion und die Vorzeichen der Zahlen innerhalb der Klammern werden invertiert.

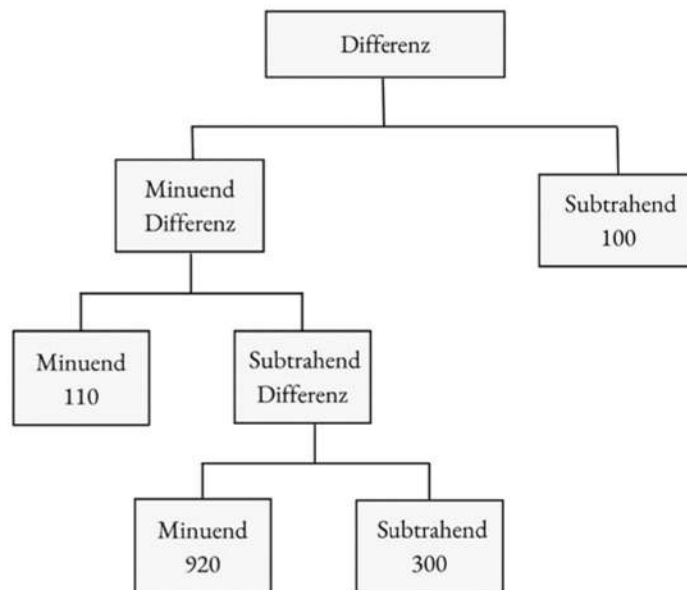
Wir zeigen beide Fälle in der Musterlösung:

$$\begin{aligned}
7800 - 500 + 650 &= 7800 + (-500 + 650) = 7800 - (500 - 650) \\
-3450 + (-560) - 900 &= -3450 + ((-560) - 900) = -3450 - (560 + 900) \\
9500 + 6300 - 1200 &= 9500 + (6300 - 1200) = 9500 - ((-6300) + 1200) \\
5460 - 2250 - 300 &= 5460 + ((-2250) - 300) = 5460 - (2250 + 300)
\end{aligned}$$

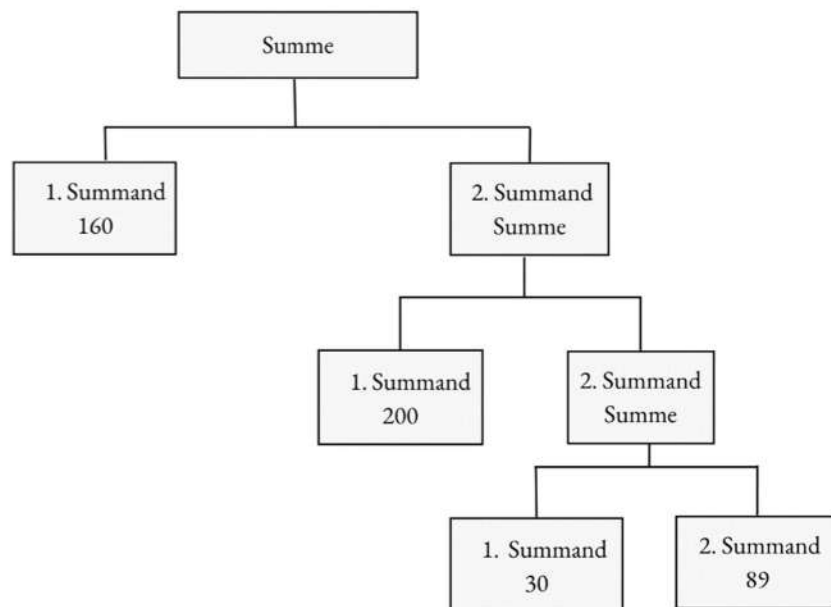
- 90 Zeichne die Rechenbäume für die nächsten Termen
 $((120 + 310) - 560) + 610$



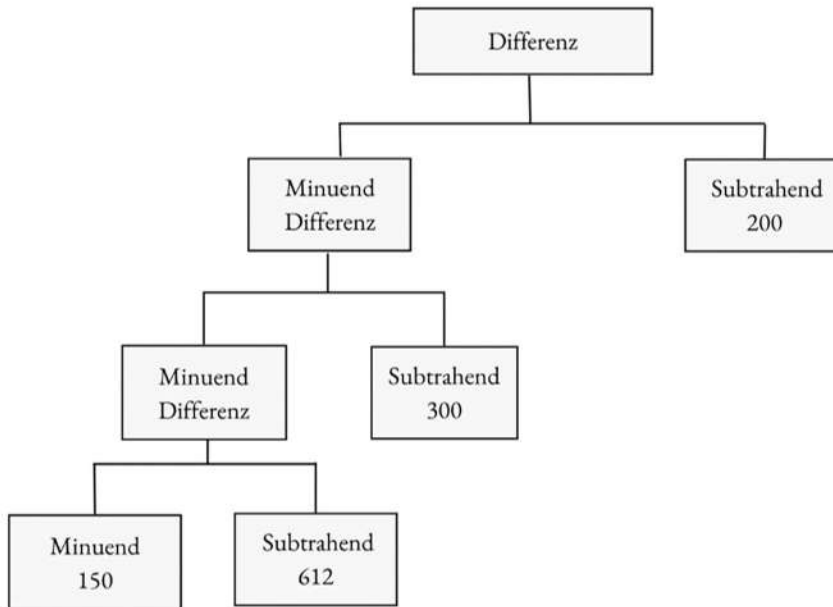
$$110 - (920 - 300) - 100$$



$$160 + (200 + (30 + 89))$$



$$((150 - 612) - 300) - 200$$



Dezimal- und Koordinatensystem

Lösungen

$$\begin{aligned} 91 \quad 511 &= 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 \\ 9410 &= 9 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + \\ 7 &= 7 \cdot 10^0 \\ 260 &= 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + \end{aligned}$$

$$92 \quad 984102 = 9 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 10^2 + 10^2$$

$$\begin{aligned} 34752102 \\ &= 3 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

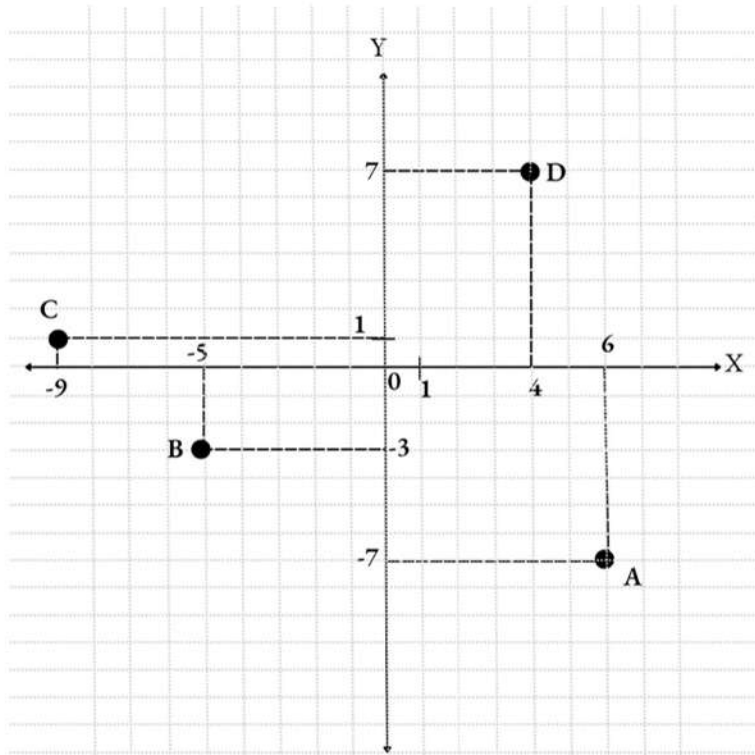
$$\begin{aligned} 7005014 \\ &= 7 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 814796523 = \\ 8 \cdot 10^8 + 1 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

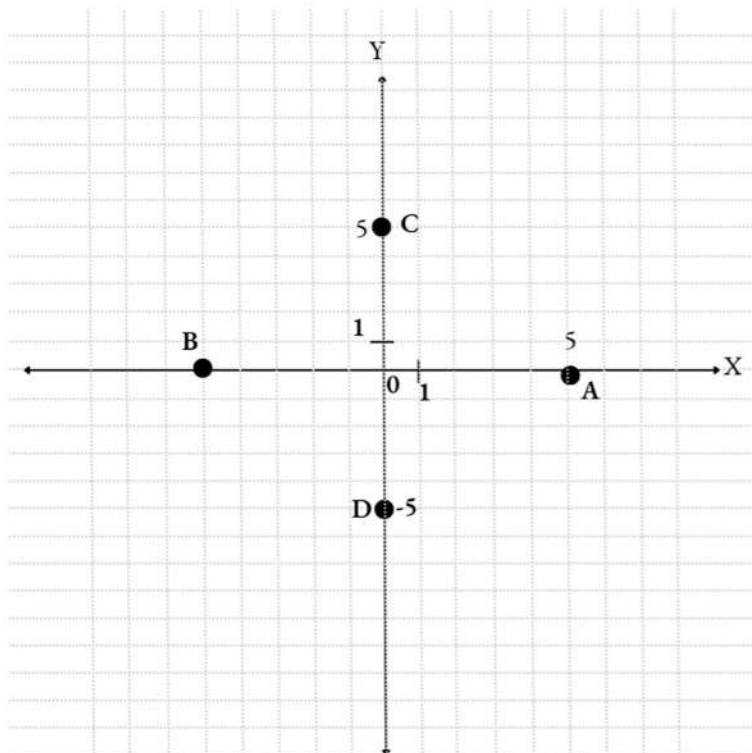
$$\begin{aligned} 93 \quad 5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8 &= 50002408 \\ 3 \cdot 10^2 + 10^5 + 2 \cdot 10^1 &= 100320 \\ 7 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^0 &= 7000000008 \\ 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^0 &= 50042986 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 94 \quad 7 \cdot 10^5 + 18 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5 &= (7 + 18 + 3) \cdot 10^5 = 28 \cdot 10^5 \\ 0 \cdot 10^7 + 9 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^7 &= (0 + 9 + 6) \cdot 10^7 = 15 \cdot 10^7 \\ 23 \cdot 10^1 + 137 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^1 &= (23 + 137 + 3) \cdot 10^1 = 163 \cdot 10^1 \\ 3 \cdot 10^{15} + 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^5 &= 3 \cdot 10^{15} + (4 + 5) \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^{15} + 9 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

95 $A=(6, -7), B=(-5, -3), C=(-9, 1), D=(4, 7)$

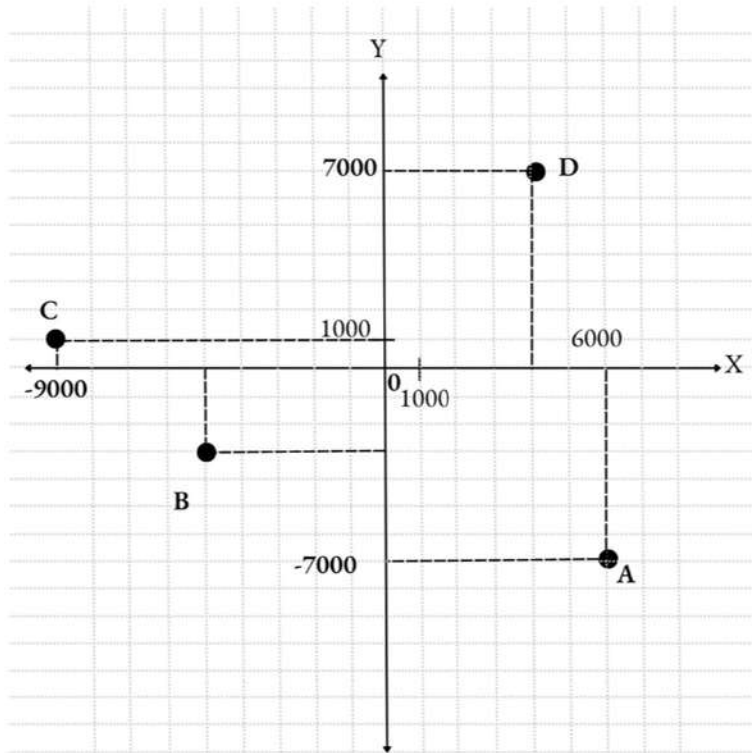


96 $A=(5, 0), B=(-5, 0), C=(0, 5), D=(0, -5)$



97 $A=(6000, -7000)$, $B=(-5000,-3000)$, $C=(-9000,1000)$, $D=(4000,7000)$

Bemerkung: Diese Lösung ist gleich der Lösung von Aufgabe 95, NUR die Skalierung ist anders: 1000 statt 1



98 $A = (500, 150)$

$B = (-500, -150)$

$C = (300, 280)$

$D = (200, -250)$

99 $A = (-5000, 12000)$

$B = (-5000, -12000)$

$C = (0, 18000)$

$D = (12500, -15000)$

- 100 $A = (0, 2000)$
 $B = (-3000, 0)$
 $C = (0, -2000)$
 $D = (4000, 0)$

Verständnis

- 101 Mit den Zahlen aus dem Zehnersystem ist es einfacher zu rechnen: wir haben 10 Finger, die sehr praktisch beim Zählen sind, mit Vielfachen von 10 ist es auch sehr zu addieren, subtrahieren und multiplizieren.
- 102 Das Koordinatensystem brauchen wir um Punkte auf Geraden, Ebenen oder Räume zu bestimmen.
- 103 Um alle Punkte einer Ebene zu bestimmen brauchen wir zwei Zahlengerade, die sich an einem Punkt schneiden.
- 104 Um alle Punkte in einem Raum zu bestimmen brauchen wir drei Zahlengeraden, die sich an einem Punkt schneiden.

Primzahlen und Teilbarkeit

Lösungen

105 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48

106 Die Vielfachen in der Menge der ganzen Zahlen sind die Vielfachen in \mathbb{N} , 0, und die Spiegelbilder der Vielfachen in \mathbb{N} :
-48, -42, -36, -30, -24, -18, -12, -6, 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48

107 12, 24

108 1, 2, 17, 34

109 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

110 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

111 Teiler von 16: 1, 2, 4, 8, 16
Teiler von 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
Die gemeinsamen Teiler sind: 1, 2, 4

112 Teiler von 88: 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88
Teiler von 66: 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66
Die gemeinsamen Teiler sind: 1, 2, 11, 22

113 Teiler von 17: 1, 17
Teiler von 37: 1, 37
17 und 37 sind Primzahlen

114 Primzahlen sind: 2, 3, 17

115 Primzahlen sind: 11, 13, 23

- 116 Wenn A eine Primzahl ist, dann ist **(2.A) keine** Primzahl.
Alle doppelten Zahlen, wie die Zahl $(2.A)$, sind mindestens durch: 1, 2, A ,
und $(2.A)$ teilbar, daher kann $(2.A)$ nicht eine Primzahl sein.
- 117 Außer 2 sind alle restlichen Primzahlen **ungerade** Zahlen (**gerade** Zahlen
sind auch durch **2** teilbar, daher können sie nicht eine Primzahl sein)
- 118 Nein sie stimmt nicht. 2 ist eine Primzahl und auch durch 2 teilbar.
Alle restlichen Primzahlen (außer 2) sind nicht durch 2 teilbar.
- 119 Wir prüfen dann die Quersumme, sie soll durch 3 teilbar sein:
102, 1713, 7845, 26841
- 120 Die letzten zwei Ziffer sollen durch 4 teilbar sein:
120, 16548, 25497180
- 121 Quersumme durch 3 ist teilbar und die letzten 2 Ziffer sind durch 4 teilbar
3624, 4236, 60192

Multiplikation mit ganzen Zahlen

Lösungen

$$\begin{aligned}122 \quad 100 \cdot 66 &= 6600 \\12 \cdot 7 &= 84 \\8 \cdot 15 &= 120 \\9 \cdot 3 \cdot 5 &= 135\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}123 \quad 19 + 19 + 19 + 19 + 19 &= 5 \cdot 19 \\&= 95\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}256 + 256 + 256 + 256 + 256 + 256 + 256 + 256 &= 8 \cdot 256 \\&= 2048\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5416 + 2708 + 5416 + 5416 + 2708 &= 3 \cdot 5416 + 2 \cdot 2708 \\&= 16248 + 5416 \\&= 21664\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}550 + 602 + 550 + 602 + 550 + 602 &= 3 \cdot 550 + 3 \cdot 660 \\&= 1650 + 1980 \\&= 3630\end{aligned}$$

124 Bauer Heinz hat $15 \cdot 2500 = 37500$ Kartoffel.

125 In jeder Kiste gibt es 12 Flaschen.
Dann haben die Eltern so viele Flaschen insgesamt gekauft:
 $(5 + 2 + 3 + 1) \cdot 12 = 11 \cdot 12 = 132$ Flasche.

$$\begin{aligned}126 \quad 456 \cdot 17 &= 7752 \\5126 \cdot 27 &= 138402 \\91425 \cdot 145 &= 13256625 \\3624 \cdot 245 &= 887880\end{aligned}$$

126 Berechne die nächsten Termen

$$39 \cdot 615 = 23985$$

$$470 \cdot 8547 = 4017090$$

$$357 \cdot 1507 = 537999$$

$$201 \cdot 201 = 40401$$

$$127 \quad 5468 \cdot 15 \cdot 643 = (5468 \cdot 15) \cdot 643 = 82020 \cdot 643 = 52738860$$

$$8492 \cdot 624 \cdot 11 = (8492 \cdot 624) \cdot 11 = 5299008 \cdot 11 = 58289088$$

$$2547 \cdot 847 \cdot 33 = (2547 \cdot 847) \cdot 33 = 2157309 \cdot 33 = 71191197$$

$$16478 \cdot 314 \cdot 26 = (16478 \cdot 314) \cdot 26 = 5174092 \cdot 26 = 134526392$$

128 Schreibe die nächsten Produkte als Potenzen

$$56 \cdot 56 \cdot 56 \cdot 56 \cdot 56 = 56^5$$

$$768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 \cdot 768 = 10^5$$

$$(-951) \cdot (-951) \cdot (-951) \cdot (-951) \cdot (-951) \cdot (-951) \cdot (-951) = (-951)^7$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{17}$$

$$129 \quad (-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot$$

$$(-730)^3 = (-730) \cdot (-730) \cdot (-730)$$

$$126^1 = 126$$

$$(-910)^0 = 1$$

$$130 \quad 542 \cdot (-126) = -(542 \cdot 126) = -68292$$

$$(-7112) \cdot (-315) = 7112 \cdot 315 = 2240280$$

$$(-948) \cdot 75 = -(948 \cdot 75) = -71100$$

$$(-610) \cdot (-610) = 610 \cdot 610 = 372100$$

$$131 \quad 0 \cdot 0 = 0$$

$$(-1) \cdot (-1) = 1$$

$$(-1) \cdot 1 = -1$$

$$(-1) \cdot (0) = 0$$

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) = 1$$

$$916 \cdot (-1) \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 8497516847 = 0$$

132 Die Basis beim Dualsystem ist 2:

$$\begin{aligned}101010 &= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ &= 2^5 + 2^3 + 2^1 = 32 + 8 + 2 \\ &= \mathbf{42}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}110011 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 2^5 + 2^4 + 2^1 + 2^0 = 32 + 16 + 2 + 1 \\ &= \mathbf{51}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}111000 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ &= 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = 32 + 16 + 8 \\ &= \mathbf{56}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}000111 &= 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 2^2 + 2^1 + 2^0 = 4 + 2 + 1 \\ &= \mathbf{8}\end{aligned}$$

133 Kopfrechnen

$$15 \cdot 3 = 45$$

$$(-16) \cdot 8 = -128$$

$$48 \cdot 4 = 192$$

$$(-12) \cdot 11 = -132$$

134

1. Ein Schaltjahr hat 366 Tage, d.h. der Bäcker backt jedes Schaltjahr:

$$130366 = 47580 \text{ Vollkornbrötchen}$$

2. Januar hat 31 Tage, dann sind es

$$31 \cdot 60 = 1860 \text{ Croissants}$$

3. Vom Anfang März bis Ende August gibt es 184 Tage, d.h.:

$$184 \cdot 35 = 6440 \text{ Kuchen.}$$

$$135 \quad 16 = 4 \cdot 4 = 4^2 \text{ oder } 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

$$81 = 9 \cdot 9 = 9^2 \text{ oder } 81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

$$125 = 25 \cdot 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

$$512 = 64 \cdot 8 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$$

$$136 \quad 6^3 + 3 \cdot 5^4 = 216 + 3 \cdot 625 = 2091$$

$$6 \cdot 4^4 + 7^2 = 6 \cdot 256 + 49 = 1585$$

$$5 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^6 + 15 \cdot 10^6 = (5 + 8 + 15) \cdot 10^6 = 28 \cdot 10^6$$

$$2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^5 = 905002$$

137 Das ist hier die Schreibweise der Zahlen im Dezimalsystem:

$$3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 9 = 30769$$

$$2 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 = 2006401$$

$$1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^5 + 3 = 101033$$

$$7 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 8 = 756008$$

138 Schreibe die nächsten Zahlen als Addition/Subtraktion von Potenzen

$$53 = 64 - 9 = \mathbf{8^2 - 3^2}$$

$$106 = 121 - 15 = 121 - (16 - 1) = 121 - 16 + 1 = \mathbf{11^2 - 4^2 + 1^1}$$

$$341 = 400 - 59 = 400 - (64 - 5) = 400 - 64 + 5 = \mathbf{20^2 - 8^2 - 5^1}$$

$$7 = \mathbf{7^1}$$

Dividieren mit ganzen Zahlen

Lösungen

139 Dividend und Divisor sind beide positiv → Quotient ist positiv

$$16 : 5 = 3 \text{ Rest } 1$$

$$49 : 6 = 8 \text{ Rest } 1$$

$$124 : 8 = 15 \text{ Rest } 4$$

$$96 : 9 = 10 \text{ Rest } 6$$

140 Dividend und Divisor haben unterschiedliche Vorzeichen → Quotient ist dann negativ:

$$(-186) : 6 = -31$$

$$243 : (-3) = -81$$

$$210 : (-7) = -30$$

$$(-225) : 25 = -9$$

141 Dividend und Divisor sind beide negativ → Quotient ist positiv

$$(-736) : (-92) = 8$$

$$(-1008) : (-12) = 84$$

$$(-990) : (-18) = 55$$

$$(-270) : (-15) = 18$$

142 Kopfrechnen

$$156 : (-1) = -156$$

$$240 : (-10) = -24$$

$$(-240) : 10 = -24$$

$$(-240) : (-10) = 24$$

$$240 : 10 = 24$$

$$240 : 0 = \text{Geht nicht, unerlaubt}$$

$$0 : 240 = 0$$

$$1 : 240 = 0$$

$$51000 : 100 = 510$$

$$51000 : 1000 = 51$$

- 143 Jedes Mal, wenn der Taxifahrer zum Flughafen fährt, bringt er 3 Leute mit.
Der Taxifahrer muss dann:
 $120 : 3 = 40$ Mal zum Flughafen fahren bis er alle Leute gebracht hat.
- 144 Die Bäcker haben 200 Kuchen gebacken, jeder Kuchen in 8 Stücke geteilt.
Dann haben sie insgesamt:
 $200 \cdot 8 = 1600$ Kuchenstücke.
Diese Menge soll auf 30 Altenheime geteilt werden:
 $1600 : 30 = 53$ Rest **10**.
Somit krieket jedes Altenheim 53 Kuchenstücke, und am Ende bleiben 10 Stücke übrig.
- 145 Wir haben: $1 \text{ GB} = 1000 \text{ MB}$, und für jede 250 MB braucht die Software 1 Sekunde.
 $1000 \text{ MB} : 250 \text{ MB} = 4$
Die Software wird 4 Sekunden brauchen um 1 GB Daten zu bearbeiten.
- 146 Bauer Schmitt hat insgesamt: zwei Achtel, ein Viertel, und ein Fünftel der ursprünglichen Ernte verkauft.
Ein Achtel ist: $1000 \text{ kg} : 8 = 125 \text{ kg}$
Ein Viertel ist: $1000 \text{ kg} : 4 = 250 \text{ kg}$
Ein Fünftel ist: $1000 \text{ Kg} : 5 = 200 \text{ kg}$
Insgesamt hat der Bauer:
 $125 \text{ kg} + 125 \text{ kg} + 250 \text{ kg} + 200 \text{ kg} = 700 \text{ kg}$ verkauft.
Übrig bleiben dann 300 kg.
- 147 In einem Jahr hat es im Durschnitt 948 Milliliter geregnet.
D.h. in einem Monat hat es $948 \text{ ml} : 12 = 79 \text{ ml}$.
20 Regentropfen sind ein Milliliter, dann
 $79 \cdot 20 = 1580$
In München regnet es im Durchschnitt 1580 Regentropfen.

$$148 \quad 489562 : 126 = 3885 \text{ Rest } 52$$

$$150200 : 224 = 670 \text{ Rest } 150080$$

$$941860 : 500 = 1883 \text{ Rest } 360$$

$$150000 : 85 = 1764 \text{ Rest } 60$$

$$149 \quad 105^5 : 105^2 = 105 \cdot 105 \cdot 105 \cdot \underline{105} \cdot 105 : 105 \cdot 105 = 105^3$$

$$620 : 155 = 124 \cdot 5 : 31 \cdot 5 = \mathbf{124 : 31}$$

$$63 : 153 = 7 \cdot 9 : 17 \cdot 9 = \mathbf{7 : 17}$$

$$17 : 11 \quad \rightarrow \text{ beide Primzahlen, der Quotient kann **nicht** gekürzt werden.}$$

$$150 \quad 12 \cdot (113 + 15) = 12 \cdot 113 + 12 \cdot 15 = 1536$$

$$(645 - 37) \cdot 25 = 645 \cdot 25 - 37 \cdot 25 = 15200$$

$$6 \cdot (15 + 15) - 6 \cdot (16 + 16) = 6 \cdot 15 + 6 \cdot 15 - 6 \cdot 16 - 6 \cdot 16 = -12$$

$$(-37) \cdot (401 - 510) = -37 \cdot 401 + 37 \cdot 510 = 4033$$

$$151 \quad (16 + 13) \cdot (16 + 13) = (16 + 13) \cdot 16 + (16 + 13) \cdot 13$$

$$= 16 \cdot 16 + 13 \cdot 16 + 16 \cdot 13 + 13 \cdot 13$$

$$= 841$$

$$(-156 - 256) \cdot (64 - 164) = (-156 - 256) \cdot 64 - (-156 - 256) \cdot 164$$

$$= -156 \cdot 64 - 256 \cdot 64 + 156 \cdot 164 + 256 \cdot 164$$

$$= 41200$$

$$(-156) \cdot (264 - 512) \cdot 15 = (-156 \cdot 264 + 156 \cdot 512) \cdot 15$$

$$= -156 \cdot 264 \cdot 15 + 156 \cdot 512 \cdot 15$$

$$= 580320$$

$$(-150 - 160) \cdot (-16) = 150 \cdot 16 + 160 \cdot 16$$

$$= 4960$$

152 Wenn der Divisor und Dividend negativ sind, dann können wir das Minus Vorzeichen kürzen:

$$-1 : 1 = -1; \quad -1 : -1 = 1$$

$$1 : -1 = -1 \quad 1 : 1 = 1$$

$$153 \quad (176 - 96) : 8 \quad = 176 : 8 - 96 : 8 = 22 - 12 = 10$$

$$(320 - 240) : 80 \quad = 320 : 80 - 240 : 80 = 4 - 3 = 1$$

$$\begin{aligned} (-176 - 96) : (-8) &= (-176) : (-8) - 96 : (-8) \\ &= 176 : 8 + 96 : 8 \\ &= 22 + 12 \\ &= 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-176 + 96) : (-8) &= (-176) : (-8) + 96 : (-8) \\ &= 176 : 8 - 96 : 8 \\ &= 22 - 12 \\ &= 10 \end{aligned}$$

154 Links nach rechts und Punkt vor Strich beachten

$$150 : 10 : 2 \quad = 15 : 2 = 7 \text{ R } 1$$

$$210 + 10 - 50 : 2 \quad = 220 - 25 = 195$$

$$6 + 5 \cdot 15 - 30 : 2 \quad = 6 + 75 - 15 = 66$$

$$1500 \cdot 4 : 150 + 600 \quad = 6000 : 150 + 600 = 640$$

155 Wenn möglich, zuerst kürzen dann rechnen

$$1500 : (-1500) \quad = -1$$

$$(500 \cdot (-4)) : ((-2) \cdot 10) = 100$$

$$100 \text{ Kg} : 4 = 25 \text{ Kg} = 25000 \text{ g}$$

$$56 \text{ Km} : 8 = 7 \text{ km} = 7000 \text{ m}$$

$$15 \cdot 5 : 3 = 25$$

$$15 : 5 \cdot 3 = 1$$

156 In einem Jahr legt das Licht die Strecke $946 \cdot 10^{10}$ Km zurück.

In 6 Monaten hat das Licht die Hälfte dieser Strecke zurückgelegt:

$$473 \cdot 10^{10} \text{ Km}$$

Es reicht $946 : 2 = 473$ zu rechnen.

$$\begin{aligned} 157 \quad -1503 : 9 + 2556 : 9 &= (-1503 + 2556) : 9 \\ &= 1053 : 9 \\ &= 117 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (623 \cdot 15 + 150) : 15 &= 623 \cdot 15 : 15 + 150 : 15 \\ &= 623 + 10 \\ &= 633 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 150 \cdot (200 + 640) : 300 &= \cancel{150} \cdot (200 + 640) : \cancel{150} \cdot 2 \\ &= (200 + 640) : 2 \\ &= 100 + 320 \\ &= 420 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25000 : (250 \cdot 4) &= 25000 : 1000 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Umkehrrechnung bei Multiplikation und Division

Lösungen

158 Berechne das Ergebnis und die Umkehrrechnung

$$1520 \cdot 15 = 22800$$

$$\rightarrow 22800 : 15 = 1520$$

$$\rightarrow 22800 : 1520 = 15$$

$$612 : 3 = 204$$

$$\rightarrow 204 \cdot 3 = 612$$

$$425 \cdot 6 = 2550$$

$$\rightarrow 2550 : 6 = 425$$

$$\rightarrow 2550 : 425 = 6$$

$$946 : 22 = 43$$

$$\rightarrow 43 \cdot 22 = 946$$

159 $(-121) : 11 = -11$

$$\rightarrow (-11) \cdot 11 = (-121)$$

$$152 : (-8) = (-19)$$

$$\rightarrow (-19) \cdot (-8) = 152$$

$$(-1500) : (-50) = 30$$

$$\rightarrow 30 \cdot (-50) = (-1500)$$

$$1200 : (-100) = -12$$

$$\rightarrow (-12) \cdot (-100) = 1200$$

Gleichungen mit ganzen Zahlen

Aufgaben

Um die Lösung zu finden, wenden wir die Umkehrrechnung an.

$$160 \quad 125 + X = 205$$

$$\rightarrow X = 205 - 125 = 80$$

$$-904 + X = 112$$

$$\rightarrow X = 112 + 904 = 1016$$

$$-466 - X = 775$$

$$\rightarrow -466 - 775 = X$$

$$\rightarrow X = -1241$$

$$541 - X = 366$$

$$\rightarrow 514 - 366 = X$$

$$\rightarrow X = 148$$

$$161 \quad X + 476 = -840$$

$$\rightarrow X = -840 - 476 = -1316$$

$$X - 1500 = -920$$

$$\rightarrow X = -920 + 1500 = 580$$

$$-X + 500 = -146$$

$$\rightarrow -146 - 500 = -X$$

$$\rightarrow -646 = -X$$

$$\rightarrow X = 646$$

$$-X - 120 = -602$$

$$\rightarrow -X = -602 + 120$$

$$\rightarrow -X = -482$$

$$\rightarrow X = 482$$

$$162 \quad X + 116 = -40$$

$$\rightarrow X = -40 - 116 = -156$$

$$X - 2500 = -120$$

$$\rightarrow X = -120 + 2500 = 2380$$

$$-X + 700 = -350$$

$$\rightarrow -X = -350 - 700$$

$$\rightarrow -X = -1050$$

$$\rightarrow X = 1050$$

$$-X - 95 = -512$$

$$\rightarrow -X = -512 + 95$$

$$\rightarrow -X = -417$$

$$\rightarrow X = 417$$

$$163 \quad 2 \cdot X + 150 = 700$$

$$\rightarrow 2 \cdot X = 700 - 150$$

$$\rightarrow 2 \cdot X = 550$$

$$\rightarrow X = 550 : 2 = 275$$

$$510 - 3 \cdot X = -90$$

$$\rightarrow 510 + 90 = 3 \cdot X$$

$$\rightarrow 600 = 3 \cdot X$$

$$\rightarrow X = 600 : 3 = 200$$

$$125 \cdot X = -1000$$

$$\rightarrow X = -1000 : 125$$

$$\rightarrow X = -8$$

$$16 \cdot (610 - X) = 400$$

$$\rightarrow 610 - X = 400 : 16 = 25$$

$$\rightarrow 610 - 25 = X$$

$$\rightarrow X = 585$$

164 $(-X + 250) : 4 = 300$
 $\rightarrow (-X + 250) = 300 \cdot 4 = 1200$
 $\rightarrow 250 - 1200 = X$
 $\rightarrow X = -950$

$(-3 \cdot X + 159) : 10 = -660$
 $\rightarrow (-3 \cdot X + 159) = -660 \cdot 10 = -6600$
 $\rightarrow -3 \cdot X = -6600 - 159 = -6759$
 $\rightarrow X = -6759 : (-3)$
 $\rightarrow X = 2253$

$(400 - 5 \cdot X) : 10 = -450$
 $\rightarrow (400 - 5 \cdot X) = -450 \cdot 10 = -4500$
 $\rightarrow 400 + 4500 = 5 \cdot X$
 $\rightarrow 4900 = 5 \cdot X$
 $\rightarrow X = 980$

$25 \cdot (100 - X) : 5 = 400$
 $\rightarrow 25 \cdot (100 - X) = 400 \cdot 5 = 2000$
 $\rightarrow 100 - X = 2000 : 25 = 80$
 $\rightarrow X = 100 - 80$
 $\rightarrow X = 20$

165 $10 \cdot X + 15 - 5 \cdot X = 40$
 $\rightarrow 10 \cdot X - 5 \cdot X = 40 - 15$
 $\rightarrow 5 \cdot X = 40 - 15 = 25$
 $\rightarrow X = 25 : 5$
 $\rightarrow X = 5$

$165 + 8 \cdot X = 10 + 7 \cdot X$
 $\rightarrow 8 \cdot X - 7 \cdot X = 10 - 165 = -155$
 $\rightarrow X = -155$

$$-910 \cdot X + 2000 = 90 \cdot X - 1000$$

$$\rightarrow -910 \cdot X - 90 \cdot X = -1000 - 2000$$

$$\rightarrow -1000 \cdot X = -3000$$

$$\rightarrow X = 3$$

$$27 \cdot X + 110 + 3 \cdot X = 410$$

$$\rightarrow 27 \cdot X + 3 \cdot X = 410 - 110$$

$$\rightarrow 30 \cdot X = 300$$

$$\rightarrow X = 300 : 30 = 100$$

166 $X : 10 = 5$

$$\rightarrow X = 5 \cdot 10 = 50$$

$$285 : X = 19$$

$$\rightarrow 19 \cdot X = 285$$

$$\rightarrow X = 285 : 19 = 15$$

$$24 \cdot X = 600$$

$$\rightarrow X = 600 : 24 = 25$$

$$X \cdot 16 = 1360$$

$$\rightarrow X = 1360 : 16 = 85$$

Aufgaben

Das Heft mit den Aufgaben finden Sie unter den nächsten Links:

Website:

<https://abiturking.com/hefte-5/>

QR Code:

